文章编号: 1003-1480(2024)03-0077-07

柱形装药形状对加筋板架动态响应的影响研究

王 琰, 蒋海燕, 韩 璐, 苏健军

(西安近代化学研究所,陕西 西安,710065)

摘 要: 为了研究近距爆炸时柱形装药形状对某典型缩比板架结构动态响应的影响,基于 LS-DYNA 软件建立了板架结构在近距爆炸载荷下的有限元模型,分析了柱形装药长径比对板架变形损伤与能量吸收的影响,并通过野外爆炸试验对仿真模型的正确性进行了验证。结果表明: 1.5 kg 药柱轴向布置时,随着长径比增大,靶板的塑性损伤逐渐降低,长径比分别为 1/3, 1/2, 1, 2 和 3 时,靶板表面最大塑性应变依次为 0.264, 0.203, 0.159, 0.119 和 0.115。靶板残余位移与装药质量近似呈线性关系,当装药轴向布置时,长径比越小,曲线斜率越大,靶板最大残余位移随装药质量增加的速率越快;装药径向布置时的变化趋势与此相反。随着长径比增大,装药轴向布置时靶板的残余位移和吸能值均呈现非线性减小趋势,径向布置时二者均呈现非线性增大的趋势,这说明近距爆炸时装药形状对板架结构响应的影响不可忽略。

关键词: 柱形装药; 装药形状; 板架结构; 动态响应

中图分类号: TJ450.3 文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn.1003-1480.2024.03.013

Study on Dynamic Response of Stiffened Plate Frame by Cylindrical Charge Shape

WANG Yan, JIANG Hai-yan, HAN Lu, SU Jian-jun (Xi'an Modern Chemistry Research Institute, Xi'an, 710065)

Abstract: In order to study the influence of cylindrical charge shape on the dynamic response of a typical scaled plate structure under close-range explosion, a finite element model of the plate frame structure under close-range explosion load was established based on LS-DYNA software. The influence of the length-diameter ratio of cylindrical charges on the deformation damage and energy absorption of the plate frame was analyzed, and the validity of the simulation model was verified through field explosion tests. The results show that when the 1.5 kg charge is arranged axially, the plastic damage of the target plate gradually decreases with the increase of length-diameter ratio. When the length-diameter ratio is 1/3, 1/2, 1, 2, and 3, the maximum plastic strain on the target plate surface is 0.264, 0.203, 0.159, 0.119, and 0.115, respectively. The residual displacement of the target plate is approximately linearly related to the charge mass. When the charge is arranged axially, the smaller the length-diameter ratio, the larger the curve slope, and the faster the rate at which the maximum residual displacement of the target plate increases with the charge mass; The change trend when the charge is arranged radially is opposite to this. As the length-diameter ratio increasing, both the residual displacement and energy absorption values of the target plate show a nonlinear decreasing trend when the charge is arranged axially, while both show a nonlinear increasing trend when arranged radially. This indicates that the influence of charge shape on the response of plate structures under close-range explosion cannot be ignored.

Key words: Cylindrical charge; Shape of charge; Plate frame structure; Dynamic response

板架结构是在金属平板的基础上,通过合理布置 泛应用于舰船甲板、舱壁等承力结构件中。随着现代 加强筋,使其具有较大的刚度和较轻的质量,现已广 军事技术的发展,反舰导弹对水面舰艇的战时生存造

收稿日期: 2023-12-08

作者简介:王琰(1997-),男,硕士研究生,主要从事舰船结构的毁伤评估等技术研究。

通讯作者: 蒋海燕(1985-), 女, 研究员, 主要从事武器终点效应及毁伤效能评估等技术研究。

基金项目: 国家自然科学基金(No. 12102337)。

引用本文: 王琰, 蒋海燕, 韩璐, 等. 柱形装药形状对加筋板架动态响应的影响研究[J]. 火工品, 2024(3): 77-83.

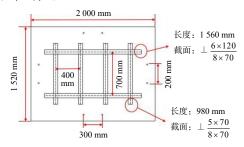
成了极大威胁,其主要作用方式是穿透舷侧或甲板后 在壁面附近爆炸,对结构造成毁伤。有研究表明,弹 药近场爆炸时,装药形状差异对其毁伤效能的影响不 可忽略[1]。刘文祥等[2]使用压杆法测量了球形和等长 径比柱形装药在爆炸近区内的反射载荷,发现相同距 离下柱形装药的径向压力峰值和冲量均大于球形装 药。邓贵德等[3]通过仿真研究了球形和柱形装药近场 爆炸的载荷分布差异,发现球形装药各向分布均匀, 而柱形装药轴向传播速度大于径向,波形呈现十字形 分布。刘军等[4]以二次多项式形式拟合得到了不同长 径比的柱形装药近区超压分布场。Clare[5]和 Aline[6] 进一步给出了轴向和径向的冲量计算函数。李宝岩等 印分析了棱柱装药高宽比对金属板接触爆炸效果的影 响,发现漏斗坑直径与高宽比呈负相关。甘露等[8]研 究了立方体、柱形和球形3种装药形状对爆炸载荷下 钢板面板损伤的影响, 其损伤程度由大到小依次为: 立方体、圆柱体、球形。综上所述, 现有研究主要集 中在装药形状对近场爆炸载荷分布的影响,而其对结 构响应的影响仅局限于平板等简单结构, 对复杂加筋 板架响应的影响研究较少。

因此,本文基于 LS-DYNA 软件建立了板架结构 在近距爆炸载荷下的有限元模型,分析了柱形装药长 径比对板架变形损伤和能量吸收的影响,并通过野外 爆炸试验对有限元模型的正确性进行了验证。

近距爆炸试验 1

试验板架类型为某舰船缩比甲板结构, 材料为 Q235 钢, 面板尺寸为 2000 mm×1520 mm, 厚度为 5 mm, 采用双向 T 型加筋, 其中, 纵骨 $(\, \perp \frac{6 \times 120}{8 \times 70})$ 间 距为 700 mm, 长度为 1 560 mm, 肋骨 ($\pm \frac{5 \times 70}{8 \times 70}$)间 距为 400 mm, 长度为 980 mm, 采用加密点焊的形式 实现筋与面板的连接,如图1(a)所示。底座结构采 用钢筋混凝土结构,顶部开 8 Φ 20 mm 的通孔,安 装时使用螺栓与螺帽的方式紧固钢板,约束其横向运 动,试验现场布置如图 1(b)所示。试验药品为直径 114.00 mm、高度 114.35 mm 的柱状 TNT, 密度为 1.58 g·cm-3, 传爆药柱采用 JH-14, 采用军用 8#雷管引爆,

安装过程中使用钢尺严格控制爆距(装药底面到靶板 表面的距离), 距离误差小于0.5%。试验工况如表1 所示。为了避免偶然性,每种工况进行3发重复试验, 结果取平均值。



(a) 试验板架结构



(b) 试验现场布置

图 1 试验板架结构及现场布置

Fig.1 Test plate frame structure and site arrangement

表 1 试验工况 Tab.1 Test conditions

底板厚度 /mm	装药质量 /kg	传爆药药量 /g	爆距 /cm	比例距离 /(m·kg ^{-1/3})
5	1.84	20	50	0.41
5	1.84	20	60	0.49

板架近距爆炸仿真 2

2.1 几何模型

编号

由于现场试验次数有限,对更复杂的工况进行仿 真研究。考虑到载荷与结构的对称性,基于LS-DYNA 软件建立与试验工况一致的四分之一有限元模型,如 图 2 所示。采用六面体单元模拟板架的力学响应,网 格尺寸为 5 mm, 面板厚度和加强筋厚度划分为 2 层, 靶板共84744个单元。空气域采用*ALE STRUC TURED MESH 关键字生成 S-ALE 网格,其与传统的 ALE 方法采用相同的输运和界面重构算法, 生成形式 简单, 计算时间可节约 20%~40%。考虑到计算精度 和效率, S-ALE 网格尺寸设置为 7.5 mm。炸药采用 *INITIAL VOLUME FRACTION GEOMETRY 关键 字填充在网格中。UOW 和 VOW 面设置为对称边界,

S-ALE 的其他 4 个面设置为无反射边界条件。试验结束后,在螺栓紧固处未发现有任何平面运动,因此,通过将靶板开孔位置处局部节点固支的方式来模拟真实边界条件。空气与靶板的耦合采用关键字*CONSTRAINED_LAGRANGE_IN_SOLID 定义,耦合方式选择双精度罚函数耦合算法,该算法无需施加冲击和释放条件,仅激发较少的网格沙漏,即可保证界面的完全动量守恒。

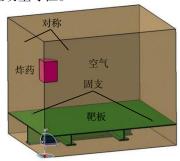


图 2 有限元模型 Fig.2 Finite element model

2.2 材料模型

为了简化计算,忽略传爆药及雷管的作用,炸药材料由*MAT_HIGH_EXPLOSIVE_BURN 和*EOS_ JWL 关键字定义,压力表达式为:

$$p_{T} = C_{1}(1 - \frac{\omega}{r_{1}\nu})e^{-r_{1}\nu} + C_{2}(1 - \frac{\omega}{r_{2}\nu})e^{-r_{2}\nu} + \frac{\omega e}{\nu} \quad (1)$$

式 (1) 中: C_1 、 C_2 、 r_1 、 r_2 和 ω 均为常数; v为相对体积; e 为比内能。具体参数如表 2 所示。

表 2 TNT 炸药材料参数

Tab.2 TNT explosive material parameters

炸药密度ρ/(kg·m ⁻³)	炸药爆速 <i>D/</i> (m·s ⁻¹)	相对体积v	ω
1 580	6 930	1	0.35
C ₁ /MPa	C ₂ /MPa	<i>r</i> ₁	<i>r</i> ₂
3.74×10 ⁵	3.75×10 ³	4.15	0.9

空气由*MAT_NULL 和*EOS_LINEAR_POLY NOMIAL 关键字定义,压力表达式为:

$$p = C_0 + C_1 \mu + C_2 \mu_2 + C_3 \mu_3 + (C_4 + C_5 + C_6 \mu_2) E \qquad (2)$$

式(2)中: $\mu=\rho/\rho_0-1$, ρ/ρ_0 表示空气密度与参考密度的比值; $C_0 \sim C_6$ 为常数, 本文假定空气为理想气体, $C_0=C_1=C_2=C_3=C_6=0$, $C_4=C_5=0.4$ 。

加筋板材料由*MAT_JOHNSON_COOK 定义, 该模型考虑了材料的应变硬化、应变率硬化和热软化 效应,采用乘积关系处理3者对动态屈服应力的影响, 其屈服应力可表示为:

$$\sigma_{V} = (A + B \overline{\varepsilon}_{p}^{n})(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^{*})(1 - T_{H}^{m})$$
 (3)

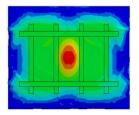
式(3)中: A 为参考应变率和参考温度下材料的屈服应力; B 、n 为材料应变硬化模量和硬化指数; $\overline{\varepsilon}_p^n$ 为有效塑性应变; C 为材料应变率强化参数; m 为材料热软化参数。具体材料参数如表 3 所示。

表 3 Johnsom_Cook 材料参数^[9] **Tab.3 Johnson-Cook material constants**

钢材料密度ρ/(kg·m-3)	弹性模量 E/GPa	屈服应力σ _Y /MPa	A/MPa
7 800	210	268	268
B/MPa	n	С	m
889	0.746	0.058	0.94

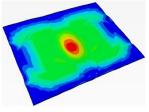
2.3 仿真模型验证

通过野外爆炸试验对有限元模型的正确性进行验证。仿真及试验中板架正面与背面的变形形貌对比如图 3 所示。由图 3 可见,试验板架表现为塑性变形,中间板格有局部隆起,与仿真结果一致。试验后,采用卡尺测量靶板的最大残余位移,与仿真结果进行对比,如图 4 和表 4 所示。



(a) 靶板背面有限元仿真结果

(b) 靶板背面试验结果





(c) 靶板正面有限元仿真结果

(d) 靶板正面试验结果

图 3 仿真及试验中板架正面与背面变形形貌对比
Fig.3 Comparison of deformation morphology between front and back of the plate frame in the simulation and test

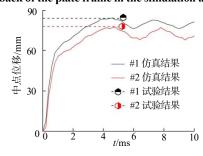


图 4 板架中心点位移时程曲线 Fig.4 Displacement time curve at the center point of plate frame

表 4 最大残余位移仿真与试验结果对比
Tab.4 Comparison between the simulation and test results of
maximum residual displacement

 装药质量	児町 カ/	最大残余位移/mm		+D2+5日-关 (0/
m/kg	爆距 D/cm -	试验值	仿真值	相对误差/%
1.84	50	84.03	80.71	-3.95
1.84	60	77.97	72.75	-6.70

由图 4 和表 4 可见,仿真结果较试验结果偏小,这可能是因为计算时忽略了传爆药的作用;并且,由于点焊焊点密度难以把握,加强筋与面板的焊接强度无法保证,导致连接处强度低于有限元建模时一体成型的强度,从而导致仿真结果偏小。但仿真与试验结果的最大误差为 6.70%,平均误差仅为 5.33%。因此,本文建立的有限元模型具有较好的准确度,能较好地模拟该板架在近距爆炸载荷下的动态响应。

3 装药形状对靶板动态响应的影响

3.1 工况设计

对不同柱形装药形状下靶板的动态响应过程进行仿真研究。仿真中采用3种不同装药量(1.0, 1.5, 2.0 kg)和5种长径比(1/3~3)的圆柱形装药,共计15个计算工况,如表5所示。为了模拟真实船舱环境,在计算中将靶板四周固支,不再采用局部点固支的形式。并且,在计算中考虑了圆柱体装药轴向和径向2种布置方式,如图5所示。

3.2 靶板动态响应过程

以表5中工况CM8圆柱形装药轴向布置时为例,分析板架的动态响应过程,如图6所示。装药起爆后产生高温高压气体,推动产物与周围介质临界面处的空气快速向外运动,并伴随介质温度、压力等参数的突升,形成初始空气冲击波。冲击波阵面传播至板架结构表面时,将能量传递给板架,板架因此获得一个初始速度。在板架变形过程中,由于肋骨距离较近,0.25 ms 时,首先在肋骨与加强筋连接位置处观察到塑性铰线,如图6(b)所示;0.40 ms 时,在板架中部出现一个"左右宽、上下窄"的椭圆形塑性区域,如图6(c)所示;随着板架进一步变形,1.00 ms 时,在纵骨与面板连接处也观察到塑性铰线,并且,此时中部塑性区域演化为"左右窄、上下宽"的椭圆形,

如图 6 (d) 所示;由于靶板宽度小于长度,2.65 ms时,首先在板架上、下边界处产生塑性铰线,如图 6 (e) 所示;3.25 ms时,在板架左、右边界处也观察到塑性铰线,如图 6 (f) 所示。

表 5 计算工况

Tab.5	Calculation	condition
I ab.s	Caiculaudii	Condition

		爆距/cm	 长径比
CM1	24 = 1.118	7-9-2-2111	1/3
CM2			1/2
CM3	1.0	50	1
CM4			2
CM5			3
CM6			1/3
CM7			1/2
CM8	1.5	50	1
CM9			2
CM10			3
CM11			1/3
CM12			1/2
CM13	2.0	50	1
CM14			2
CM15			3

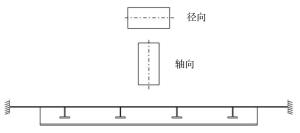


图 5 圆柱形装药的 2 种布置方式 Fig.5 Two layouts of cylindrical charges

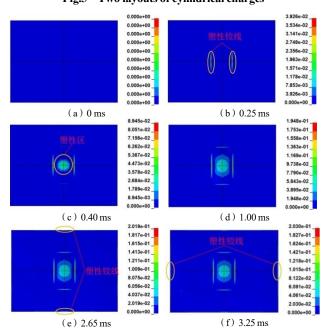


图 6 靶板动态响应过程 Fig.6 Target plate dynamic response process

3.3 长径比的影响

3.3.1 对靶板变形和损伤的影响

为了分析装药长径比对靶板损伤的影响,以1.5 kg 药量药柱轴向布置时为例,提取板架迎爆面的最大 塑性应变云图,如图7所示。由图7可见,当长径比 为 1/3 时, 靶板中心出现较大的塑性区, 并在加强筋 与面板连接处出现清晰可见的塑性铰线。随着长径比 增大,中心塑性区逐渐减小,靶板的损伤水平逐渐降 低, 当长径比增大至2时, 中心塑性区消失, 仅在加 强筋与面板连接处观察到塑性铰线。靶板表面最大塑 性应变表征了结构的塑性损伤水平,以长径比为1时 的靶板最大塑性应变 0.159 作为参考, 当长径比分别 为 1/3, 1/2, 2 和 3 时, 靶板表面最大塑性应变分别 为 0.264, 0.203, 0.119 和 0.115, 相对于长径比为 1 的情况依次增加了 66.0%, 27.7%, -25.2%和-27.7%, 可见炸药近距爆炸时装药形状对结构损伤的影响不 可忽略。这是因为装药量一定的情况下, 柱形装药长 径比的变化改变了爆轰后的压力场分布,即随着长径 比增大, 炸药在轴线方向作用的能量减小, 从而导致 结构的塑性损伤水平逐渐降低。

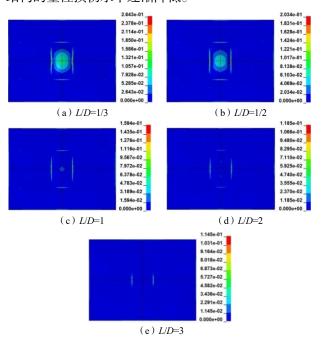
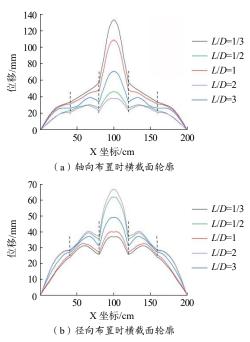


图 7 1.5kg 时不同长径比装药对靶板表面的损伤对比 Fig.7 Comparison of damage to target plate surface by the charge with different length-diameter ratios at 1.5 kg

为了进一步说明装药形状对靶板变形轮廓的影响,提取板架达到最大残余位移时横截面各点的位移,

如图 8 所示。由图 8 (a) 可见, 装药轴向布置时, 由 于该板架加强筋刚度适中,整个结构的运动模态表现 为 Mode III^[10]: 即面板的运动受到加强筋限制,加强 筋在限制面板运动的同时因动反力也发生变形,表现 为整体变形与局部变形的叠加。随着长径比的减小, 板架轮廓越来越凸起,对中间板格的变形影响较显著, 对靠近边界处的板格影响较小, 这是因为装药长径比 较小时高压区主要集中在轴线方向,随着长径比的增 加, 高压区逐渐从轴线方向朝径向方向移动[11]。由图 8(b)可见,装药径向布置时,结构横截面各点的位 移变化趋势同轴向布置时相反,即随着长径比的减小, 板架变形轮廓越来越平缓。并且, 径向分布时结构出 现了不同程度的"平顶",出现该现象的原因可能是 径向布置相比于轴向布置时的冲击波强度弱、衰减较 快,波阵面到达结构表面时波头逐渐匀化,导致中间 板格出现平顶现象。



注: 黑色虚线代表加强筋布置位置。

图 8 1.5 kg 药量下靶板横截面变形轮廓图 Fig.8 Profile of cross-section deformation of target plate at 1.5 kg dosage

3种装药质量下长径比对靶板残余位移的影响如图 9 所示。由图 9 可见,装药轴向布置时,靶板的残余位移随着长径比的增大而减小,但减小速率有差异,1.0, 1.5, 2.0 kg 炸药由长径比 1/3 提高至 1 时,其残余位移分别下降了 78.2%,89.5%,97.2%,而长径比

从1提高至3时,残余位移分别下降了45.2%,49.0%,50.6%,可见在长径比小于1时残余位移的下降速率快于长径比大于1时的下降速率,这可能与装药尺寸的变化速率有关。长径比从1/3变化为1/2、1、2和3时, \(\D\)为(\(\D\))依次为11.640,5.540,2.195和1.068(\(\D\))为装药直径,\(\L/\D\)为长径比),长径比小于1时的装药尺寸变化率显著高于长径比大于1时的变化率,而装药尺寸与压力场分布密切相关,这导致长径比小于1时的残余位移下降速率快于长径比大于1时的下降速率。相反,装药径向布置时,靶板的残余位移均随着长径比的增大而增大,但其变化速率慢于轴向布置时的变化速率,这是由于径向载荷低于轴向载荷而导致的。

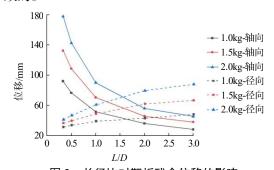


图 9 长径比对靶板残余位移的影响 Fig.9 Effect of length-diameter ratio on residual displacement of target plate

靶板残余位移与装药质量的关系如图 10 所示。

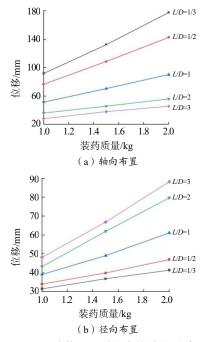


图 10 装药质量对残余位移的影响 Fig.10 Effect of charge mass on residual displacement

由图 10 可见,装药轴向和径向布置时,不同长径比下,随着装药质量的增加,靶板的残余变形均逐渐增加,且近似满足线性关系,由曲线走势可见,不同长径比下靶板残余位移随装药质量增加的速率不同。当装药轴向布置时,长径比越小,曲线走势越陡,靶板最大残余位移随装药质量增加的速率越快。当装药径向布置时,长径比越小,曲线走势越缓,靶板最大残余位移随装药质量增加的速率越慢。这是因为装药长径比较小时,高压区主要集中在轴向,径向压力载荷较弱,导致轴向布置的靶板变形损伤更严重,而径向布置的靶板变形损伤较小;随着长径比逐渐增加,高压区从轴向逐渐朝径向移动,使得轴向布置的靶板变形减小,而径向布置的靶板变形增加。

3.3.2 对靶板吸能的影响

当爆炸冲击波作用于靶板时,输送给结构的能量主要以板架的变形能和动能形式体现。本文不区分能量形式,提取整个结构的总吸能 *E*,分析装药形状对靶板吸能的影响,如图 11 所示。

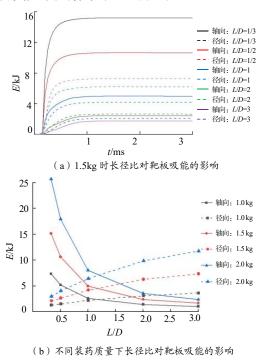


图 11 长径比对靶板吸能的影响 Fig.11 Effect of length-diameter ratio on energy absorption

由图 11(a)可见, 1.5 kg 装药轴向布置时, 随着长径比减小, 靶板的总吸能增加, 长径比为 1/3 时相比于长径比为 1 和 3 时的总吸能分别增加了 2.05

of target plate

倍和 7.97 倍,而且到达吸能峰值的时间更短,吸能速率更快。装药径向布置时,随着长径比减小,结构的总吸能减小。这说明装药质量一定时通过改变装药尺寸可以调控炸药爆轰后的能量分布,即随着长径比减小,其分布在轴向的能量逐渐增加,分布在径向的能量逐渐减小。由图 11 (b)可见,不同装药质量条件下,随着长径比增加,装药轴向布置时靶板吸能值呈现非线性下降,径向布置时吸能值呈现非线性上升。从曲线斜率变化可知,吸能变化速率随长径比增加逐渐降低,并且随着装药质量的减小,相同长径比变化引起的吸能速率变化也降低,这说明能量吸收速率不仅与长径比有关,也与装药质量相关。

4 结论

本文基于LS-DYNA有限元软件研究了柱形装药 长径比对板架动态响应的影响,并通过近距爆炸试验 对仿真模型的正确性进行了验证,结论如下:

- (1)在爆炸冲击载荷作用下,加强筋与面板连接位置处具有清晰可见的塑性铰线,并且中心板格处出现较大的塑性区,整个板架变形模态表现为 Mode III:面板的运动受到加强筋限制,加强筋在限制板运动的同时因动反力也发生变形,表现为整体变形与局部变形的叠加。
- (2) 靶板的残余位移随着装药质量的增加而增加,二者近似呈线性关系。当装药轴向布置时,长径比越小,曲线走势越陡,靶板最大残余位移随装药质量增加的速率越快,装药径向布置时的变化趋势相反。
- (3)随着柱形装药长径比的增大,轴向布置时靶板的残余位移和吸能值呈现非线性减小的趋势,径向布置时二者均呈现非线性增大的趋势,且两种不同布置方式下长径比小于1时的变化速率高于大于1时的变化速率,可见近距爆炸时装药形状对结构响应带

来的影响不可忽略。

参考文献:

- [1] 赵晓旭, 韩旭光, 吴浩, 等. 制导杀爆弹毁伤效能评估的应用研究[J]. 北京理工大学学报, 2019, 39(6): 551-557.
- [2] 刘文祥,张德志,钟方平,等. 球形和等长径圆柱装药在爆炸近区内载荷差异的实验研究[J]. 爆炸与冲击,2013,33(3): 330-336.
- [3] 邓贵德,郑津洋,陈勇军,等.两种典型形状装药的近场爆炸载荷研究[J].解放军理工大学学报(自然科学版),2010,11(4):462-467.
- [4] 刘军,王政,熊俊,等.圆柱形炸药空爆在近场空间的超压估算公式[J].北京理工大学学报,2022,42(9):918-927.
- [5] Knock C, Davies N, Reeves T. Predicting blast waves from the axial direction of a cylindrical charge[J]. Propellants, Explosives, Pyrotechnics, 2015, 40(2): 169-179.
- [6] Anastacio A C, Knock C. Radial blast prediction for high explosive cylinders initiated at both ends[J]. Propellants, Explosives, Pyrotechnics, 2016, 41(4): 682-687.
- [7] 李宝岩, 夏军, 邢启明. 浅析装药形状对金属材料接触爆破效果的影响[J]. 采矿技术, 2018, 18 (05): 137-139, 142.
- [8] 甘露, 宗周红. 装药形状对爆炸作用下钢桥面板损伤的影响研究[J/OL]. 中国公路学报, 2024: 1-17[2024-04-18]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1313.U.20231109.1613.014.html.
- [9] Li X D, Yin J P, Zhao P D, et al. The effect of stand-off distance on damage to clamped square steel plates under enclosed explosion[J]. Structures, 2020(25): 965-978.
- [10] 黄震球. 固支加筋方板的大挠度塑性动力响应[J]. 固体力 学学报, 1995(1): 7-12.
- [11] 侯俊亮, 蒋建伟, 门建兵, 等. 不同形状装药爆炸冲击波场及对靶板作用效应的数值模拟[J]. 北京理工大学学报, 2013, 33(6): 556-561.