文章编号：1003-1480（2021）03-0056-04

礼花弹升空过程中自旋作用对弹道的影响

谢鑫尧，杜志明，李增义

（北京理工大学，北京，100081）

摘 要：为确定 8 号礼花弹升空过程中自旋作用对弹道的影响，运用数值计算方法对礼花弹自旋作用产生的空气动力学影响进行了模拟，确定了自旋作用对礼花弹水平力作用和垂直力作用的拟合公式，并通过发射试验确定了实际的开爆时间、开爆位置和飘散落地位置。研究表明数值模拟结果与试验结果吻合度好，该模型可用于今后对大型焰火燃放活动中不同礼花弹的水平和垂直安全距离的计算和分析。

关键词：礼花弹；空气动力学；数值模拟；自旋；弹道计算

中图分类号：TQ567 文献标识码：A **DOI**：10.3969/j.issn.1003-1480.2021.03.015

The Effect of Rotation on the Ballistic Trajectory of Firework Bomb

XIE Xin-yao, DU Zhi-ming, LI Zeng-yi

(Beijing Institute of Technology，Beijing，100081)

Abstract：In order to determine the effect of rotation motion on the ballistic trajectory of the 8-inch firework bomb, numerical calculation methods were used to simulate the aerodynamic effects of the rotation motion. The formula for the vertical and horizontal force was confirmed, as well as the time and location of the detonation, landing position of firework bomb were obtained by launching test. The study show that numerical simulation are consistent with the test results, therefore, this model can be used to calculate and analyze the horizontal and vertical safety distances of different fireworks shells in large-scale fireworks display activities.

Key words：Firework bomb；Aerodynamics；Numerical simulation；Rotation motion；Ballistic calculation

近年来，焰火表演作为一种观赏性活动，大规模地运用于国际性、全国性和地区性的庆典节目。在多数场合下，焰火发射过程中的安全性问题主要为礼花弹升空过程中的弹道带来的安全性问题，包括水平飘散的哑弹可能带来的安全隐患，以及火焰熄灭高度过低导致高层建筑的火险等问题。2009 年 2 月 9 日，央视新大楼北配楼由于违反规定燃放烟花导致火灾，致使该楼大部分建筑结构因火灾高温而产生结构强度降低等问题，产生安全隐患。2011 年 2 月 3 日凌晨零时因燃放烟花导致沈阳皇朝万鑫国际大厦发生火灾，致使 152m 高的大厦 B 座基本损毁，219m 高的大厦 A 座外墙也大面积燃烧，部分房间过火，造成重大损失[1-3]。

现有的国标对不同尺寸的礼花弹的燃放距离、爆炸半径和高度、噪声声级等做出了详细的规定[4]，规定 8 号礼花弹爆炸高度应为 190~ 200m。根据类球型体的空气动力学数据可知空气阻力的形状系数为 0.47[5]，但将该形状系数代入受力关系式后，求得爆炸高度均在 250m 以上，与国标规定的安全参数也存在较大误差。对于未爆弹的水平飘散问题，通常认为

收稿日期：2020-12-03

作者简介：谢鑫尧（1997-），男，在读硕士研究生，从事烟火药技术相关研究。

飘散的方向、距离与风向、风力相关，也有文献指出自旋运动产生的马格努斯力会影响物体的运动轨迹[6-9]。

因此，针对爆炸高度存在的误差和礼花弹的水平飘散问题，本研究中选取 8 号礼花弹进行燃放试验和数值模拟，确定导致上述问题的主要因素，以及各项影响因素与礼花弹发射弹道的关系式，以达到预测弹道的目的，并最终为相关标准的科学化和规范化提供依据。

1　礼花弹燃放试验

1.1　试验样品及试验方法

为确定后续数值模拟过程中的参数设定及验证，针对礼花弹的爆炸高度问题，选取 3 发 8 号礼花弹进行燃放试验；针对未爆弹的水平飘散问题，选取 5 发等重的 8 号橡胶制模拟弹进行燃放试验。8 号礼花弹为河北圣姑烟花制造有限公司生产的产品，种类为 2 发锦先红、1 发绿变银闪心，其中发射药均为黑火药，开包药均为稻壳药。礼花弹和发射筒参数见表 1~2。

表 1　礼花弹规格尺寸

Tab.1　Size of firework bomb

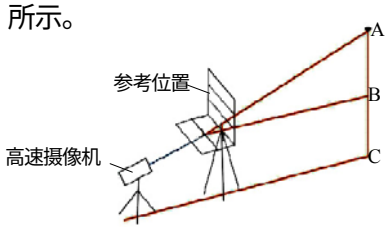
规格	直径/mm	发射药 /g	开包药 /g	效果药/g
8 号	199	220	800	1 600

表 2　发射筒规格尺寸

Tab.2　Size of launching barrel

规格	内径/mm	外径/mm	壁厚/mm	高度/mm
8 号	203	213	5	1 205

燃放试验前，先通过垂直度仪校正发射管与地面垂直，并使用垂直标杆标定初始位移，标杆每 1 格为 10cm。发射瞬间，通过风速仪记录瞬时风速，并利用高速摄影机和测高仪、秒表分别对发光体出口速度、升空时间进行了测试。试验时高速摄影机距离礼花弹发射装置 124m，距离地面 1.1m；风速仪距离地面高度 2.5m。测高仪为 2 幅三角形支架，其测量原理[10]如图 1 所示。



注：AC 为礼花弹实际发射高度

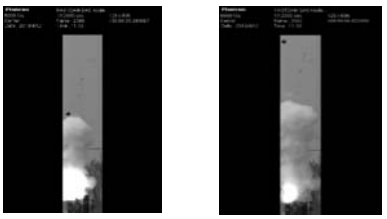
图 1　发射高度测试系统示意图

Fig.1　Experimental system of launching height

在上风向和下风向分别使用 2 幅支架，对其计算结果取平均值，以减小由于风力偏移导致的测量误差。

1.2　试验结果及分析

8 号礼花弹发射过程的部分高速摄影如图 2 所示，实弹发射过程参数见表 3。



（a）　　（b）

图 2　8 号礼花弹发射过程高速摄影图

Fig.2　High-speed photography of launching process of 8# firework bomb

表 3　礼花弹发射试验数据

Tab.3　Launching data of firework bomb

序号	礼花弹尺寸	出口速度 /(m · s^{-1})	升空时间 /s	风速 /(m · s^{-1})
1	8 号	120.6	5.2	3.0
2		107.7	4.9	4.8
3		112.3	4.8	3.5

表 3 试验结果表明，8 号礼花弹平均出口速度为 113.38m/s，平均升空时间为 4.97s。此外，在高速摄影记录中可以看出，该弹体在 0.032s 内发生了纵向 90°的旋转，因此估算其自旋角速度为 7.5r/s。

根据空气动力学理论，球型物体在空气中运动时，其空气阻力的计算公式为：

$$F=kv^2 \qquad (1)$$

式（1）中 k 为空气阻力系数，其计算公式为：

$$k=0.5\times k_0\rho_{air}S \qquad (2)$$

式（2）中：k_0 为形状系数；ρ_{air} 为空气密度，在试验环境下取 1.225kg/m^3；S 为礼花弹球体的横截面积，对于 8 号礼花弹，S 为 0.031m^2。

当空气阻力系数已知时，礼花弹球体在升空过程的运动学方程为：

$$\frac{dv}{dt}=-(\frac{k}{m}v^2+g) \qquad (3)$$

式（3）中：m 为礼花弹质量；g 为重力加速度，取 9.81m/s^2。

将试验测得的速度数据代入式（3），求得 k 值为 0.013 87，将 k 值代入式（2），可求得形状系数 k_0 为 0.7，此外，根据图 1 所示测高仪的测量结果，测

得的礼花弹开爆的 A 点均处在 190~200m 内，均符合国标要求。

8 号模拟弹测试过程中其水平飘散方向和风向关系如图 3 所示，水平飘散距离与风速关系见表 4。

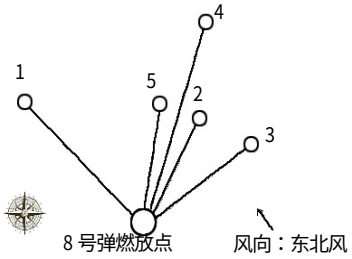


图 3 8 号模拟弹落地点位置示意图

Fig.3 Landing point of 8# simulation bomb

表 4 模拟礼花弹发射横向偏移距离

Tab.4 Horizontal shifting distance of simulation bomb

礼花弹尺寸	序号	风速范围/（m·s^{-1}）	偏移距离/m	平均偏移/m
8 号	1	8.45±0.75	110	96.6
	2		62	
	3		75	
	4		154	
	5		82	

由图 3 及表 4 数据可知，在模拟弹发射过程中水平飘散方向与风向没有明显的相关性。此外，平均风速在±8.9%范围内，水平偏移距离与平均偏移最大偏差高达 59.4 %，因此初步认定风力不是导致礼花弹水平飘散的主要原因。

2 数值模拟

针对礼花弹升空过程中的动力学模拟，选取 Fluent 作为数值模拟的工具。其基本原理包括克拉伯龙方程：

$$PV=nRT \tag{4}$$

式（4）中：P 为压强；V 为体积；n 为气体分子量；R 为气体常数，取 8.314 J/(mol·K)；T 为温度。

伯努利方程：

$$P+mgh+\frac{1}{2}mv^2=C \tag{5}$$

式（5）中：P 为压强，mgh 为重力势能，$\frac{1}{2}mv^2$ 为动能，其中 v 为分子速度；C 为常数。

模型由一个与 8 号礼花弹同等大小的球型固体部分和以球体为中心，半径 250mm、高 1m 的圆柱型的流体空气域构成，其示意图与坐标系构成如图 4 所示。

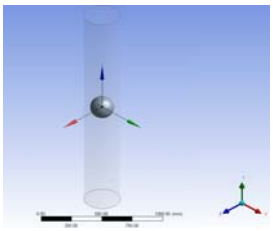


图 4 礼花弹模型示意图

Fig.4 Firework bomb model

球体附近的流体域网格尺寸为 1mm，其余的流体域网格尺寸为 5mm。在临近礼花弹球体-空气流场的接触面上，由于速度迅速从空气流速过渡为球面自旋转速，因此存在非常大的法向速度梯度。对于该区域内的流场，利用壁面函数法进行处理。其区域大小的确定包括以下步骤[11]。

估算雷诺数 Re：

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho uL}{\mu} \tag{6}$$

式（6）中：ρ 为流体密度；u 为流体特征速度；L 为特征尺寸；μ 为动力黏度。

估算壁面摩擦系数 C_f：C_f=0.058Re^{-2} (7)

计算壁面剪切应力 τ_w：

$$\tau_w=\frac{1}{2}C_f\rho U_\infty^2 \tag{8}$$

式（8）中 U_∞为来流速度。

估算速度 U_τ：

$$U_\tau=\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{9}$$

计算第 1 层网格高度 y：

$$y=\frac{y_+\mu}{U_\tau\rho} \tag{10}$$

式（10）中 y_+先估算为 50，之后根据数值模拟的结果进行分析迭代。将数据代入后，计算得网格高度为 8×10^{-4}m，共设定 10 层，膨胀率为 1。经计算，该情况下雷诺数 Re 为 8×10^5，因此湍流模型选取更适合高雷诺数环境下的标准 k-ε 模型。

由于模拟过程不涉及礼花弹开爆，故将其设计为与实弹等重的实心球体；模型的材质与未爆弹发射试验的模拟弹一致，均为橡胶。礼花弹的 Y 轴正方向速度和自旋运动部分则分别定义 1 个 Y 轴负方向的空气流速和球体-空气接触面的自旋角速度。在数值计算过程中，分别固定空气流速和角速度，求得礼花弹球体水平方向和垂直方向受力与速度的相关性，并确

定经验公式，用于后续的弹道计算。

3　结果与讨论

3.1　数值计算结果

8 号礼花弹实测上升平均速度为 113.68m/s，在球体上升过程中其受力状态随角速度的变化如图 5 所示。

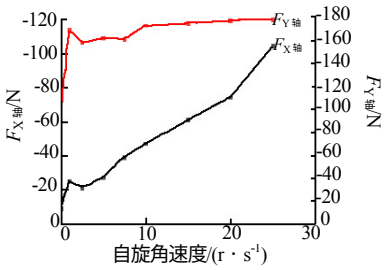


图 5　8 号礼花弹自旋角速度与受力关系

Fig.5　Force *vs* rotation speed of 8# firework bomb

根据图 5 可知，球体在上升过程中的水平方向受力与自旋角速度呈一次正相关关系，对数据进行多项式拟合，其关系式如下：

$$F=3.37\omega+12.98 \qquad (11)$$

当自旋速度为 0 时，Y 轴受力为负方向（107N），代入式（1）～（2）中求得的形状系数为 0.44，但根据试验结果得到的形状系数为 0.70，因此可认为导致形状系数增大的原因为礼花弹的自旋。

球体-空气接触面压力分布云图如图 6 所示。从图 6 中可知，X 轴负方向压力分布显著低于 X 轴正方向。

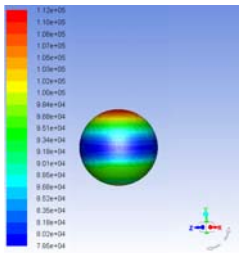


图 6　球体-空气接触面压力云图

Fig.6　Pressure contour of firework bomb-air surface

根据伯努利方程，在同一流场内，空气流速越低时，其压力越大。由于球体自身存在自旋的角速度，使得 X 轴正方向顶点的空气流速相比于 X 轴负方向顶点更低，最终导致球体周围流场中的过渡层存在压力的不均匀分布，从而形成球体的侧向受力。

当固定礼花弹自旋角速度为 7.5r/s 时，其受力伴随 Y 轴方向速度的变化如图 7 所示。由图 7 可知，球体在上升过程的 Y 轴受力与速度呈二次相关关系，根据数据进行多项式拟合，其关系式如下：

$$F=0.013\ 06v^2 \qquad (12)$$

代入式（1）～（2）可知，当球体存在自旋时形状系数显著上升至 0.68，在误差内符合试验测得的已知形状系数 0.7。

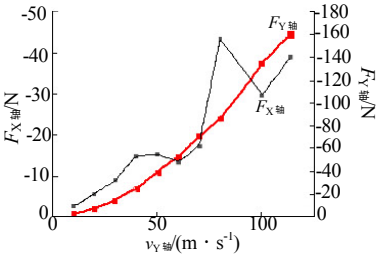


图 7　8 号礼花弹垂直速度——受力关系

Fig.7　Relation between Y-axis speed and force of 8# firework bomb

3.2　弹道分析

基于礼花弹球体受力与 Y 轴速度和自旋角速度关系，通过差分处理，将球体在水平方向上的运动和垂直方向上的位移进行二阶差分，通过累加每一时刻的受力，对礼花弹发射过程中的弹道进行模拟。具体步骤如下：

（1）以礼花弹出筒时刻为 t=0，对于弹体位置，选择以发射筒底面为原点，水平、垂直方向为 X、Y 轴的坐标系（绝对坐标），坐标为(0，1.205)。对于弹体速度和加速度，选择以弹体中心为原点，速度切向为 Y 轴，法向为 X 轴的坐标系（相对坐标），坐标分别为(107.46，0)、(0，-9.81)，并记录此时的速度方向角 θ，初始自旋角速度 7.5r/s。

（2）对于下一个 Δt 区间，由于此时存在垂直方向的速度和自旋角速度，可以根据式（11）～（12）分别计算此时在相对坐标下 X 轴和 Y 轴的加速度 a_x 和 a_y，从而计算对应的速度变化。

（3）对于足够小的 Δt，速度在该区间内可视为定值，因此可以计算出该区间内的位置变化和新的速度角，将该变化与上一时间节点的位置累加，从而求得并记录弹体在该时间节点的位置。

（4）将所有时间节点的位置描点绘图，其中当速度角为水平时代表礼花弹体达到最高点，当垂直方

向位置坐标为 0 时代表未爆弹落地，分别记录该两点的位置信息和时间信息，与试验结果进行比对，确认误差。礼花弹发射过程中的弹道模拟结果如图 8 所示。

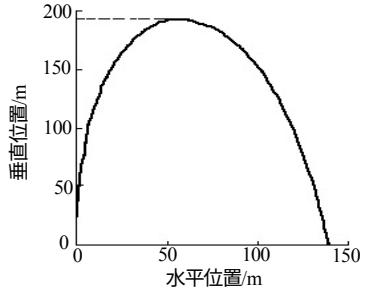


图 8 礼花弹发射过程弹道模拟分析结果

Fig.8 Analysis result of ballistic of firework bomb

从弹道模拟结果可知，在初始 Y 轴速度为 107.46m/s，自旋速度为 7.5r/s 时，开爆高度为 192m，开爆时间为 4.6s，在一定误差内符合试验所得结果（开爆高度 190~200m，平均开爆时间 4.97s）。未爆弹的落地距离为 130m 左右，符合模拟弹发射试验中偏移距离的区间段。该模型基本符合试验结果，具有可靠性。

4 结论与展望

本研究运用数值模拟方法研究礼花弹上升过程中自旋运动对其动力学的影响，对其发射过程中的弹道进行了模拟，并与试验结果进行对比，结论如下：

（1）发射试验表明，礼花弹出膛后存在旋转轴为水平方向的自旋速度，估算约为 7.5r/s，该自旋对其上升过程中受到的空气阻力存在影响。

（2）垂直方向上，自旋运动会增大空气阻力；水平方向上，自旋运动会产生速度差，从而形成压力差，最终产生侧向力。将垂直方向和水平方向上的效应综合考虑进行弹道模拟，其结果与发射试验结果基本相符合。因此该结论可用于礼花弹燃放过程中建筑和人员安全距离的分析和讨论。

（3）本研究目前仅通过燃放试验确定礼花弹发射过程中存在自旋，但未就产生的原因进行分析，今后将继续运用数值模拟等方法对自旋产生的原因展开研究。

参考文献：

[1] 公安部消防局.中国消防年鉴[M].北京:中国人事出版社,2008.

[2] 公安部消防局.中国消防年鉴[M].北京:中国人事出版社,2009.

[3] 陈涛,傅学成,赵力增,王鑫,薛岗. 烟花燃放火灾风险分析及消防应对策略[C]//全国危险物质与安全应急技术研讨会论文集（下）.重庆市人民政府、中国工程物理研究院,2011.

[4] GB 24284-2009 大型焰火燃放安全技术规程[S].中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局,中国国家标准化管理委员会,2009.

[5] 严艺,张夏.乒乓球运动中弧圈球的定量探究及其应用[J].力学与实践,2011,33(02):75-79.

[6] 薛帮猛. 旋转弹丸/导弹马格努斯效应数值计算研究[D].西安:西北工业大学,2005.

[7] J. Taddeucci,M. A. Alatorre Ibargüengoitia,O. Cruz Vázquez, E. Del Bello, P. Scarlato, T. Ricci. In. Flight dynamics of volcanic ballistic projectiles[J]. Reviews of Geophysics, 2017,55(3):675-718.

[8] Rabindra Mehta,Firoz Alam,Aleksandar Subic. Review of tennis ball aerodynamics[J]. Sports Technology,2008,1(1):7-16.

[9] 赵炳炎,陈宗华.基于空气动力学的旋转球体飞行轨迹的计算模拟[J].物理与工程,2020,30(03):50-54.

[10] Yue Sun,Zhiyue Han,Zhiming Du,Zengyi Li,Xiaomin Cong. Preparation and performance of environmental friendly sulphur-free propellant for fireworks[J]. Applied Thermal Engineering,2017(126):987-996.

[11] 胡坤,李振北.ANSYS ICEM CFD 工程实例讲解[M].北京：人民邮电出版社,2014.