

文章编号: 1003-1480 (2006) 03-0001-04

利用升降法试验数据进行感度分布检验方法研究

翟志强, 蔡瑞娇, 董海平, 郑航

(北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京, 100081)

摘要: 提出了一种利用同型不同批的升降法试验数据进行火工品感度分布检验的方法。先对不同批次的升降法试验数据进行同总体检验, 然后通过 χ^2 检验确定感度分布模型。采用这种方法对 D-6 乙底火进行检验, 得到该火工品感度最接近服从对数正态分布, 与采用大样本 Karber 法检验结果一致, 表明本方法是合理可行的。

关键词: 火工品; 升降法数据; 同总体检验; χ^2 检验

中图分类号: TJ450

文献标识码: A

Study on Test Method of Sensitivity Distribution Model with Up-Down Method Test Data

ZHAI Zhi-qiang, CAI Rui-jiao, DONG Hai-ping, ZHENG Hang

(State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing, 100081)

Abstract: A method on test of sensitivity distribution model for initiating explosive device with Up-Down method test data of same type but different batches is presented in this paper. This method consists of the identical population test and χ^2 goodness-of-fit test and has been applied to fit the sensitivity distribution model for D6-2 artillery primer with Up-Down method test data of 127 batches. The result shows that the sensitivity distribution of D6-2 artillery primer is approach to logarithmic normal distribution and it is identical with the result of Karber method with large sample. It is reasonable to use Up-Down method data to fit sensitivity distribution model for initiating explosive devices.

Key words: Initiating explosive device; Up-Down sensitivity test; Identical population test; χ^2 goodness-of-fit test

火工品感度分布模型研究是火工品可靠性、安全性研究以及性能仿真研究的基础。采用升降法来外推火工品的可靠性与安全性时, 必须已知火工品的感度分布类型或者假设该火工品服从某种感度分布类型。如果分布类型确定得不正确, 会给火工品可靠性和安全性的外推带来很大的误差, 文献[1]指出甚至会出现计算出的安全性发火下限竟为负值, 这显然是与实际不符的。因此, 研究火工品感度分布模型是非常必要的。

目前确定火工品感度分布模型, 一般采用 GJB/Z

377 - 94 中规定的完全步进法或其前身 Karber 法来进行, 这些方法一般需要进行上千发乃至上万发产品的试验才能较为准确。受产品研制经费和生产成本的限制, 实际工作中一般不进行这样的试验, 除非特殊情况下, 因研究的需要, 少数产品才会进行这种试验。因此, 大多数火工品的感度分布模型一般通过经验来假设, 这容易造成模型的误差, 有时还可能会出现模型假定的错误。而有些火工品由于生产的批次多, 每一批产品都要进行少数几组的升降法试验, 长期下来积累了大量的升降法试验数据。本文提出了一种利用

收稿日期: 2006-03-15

作者简介: 翟志强 (1973-), 男, 在读博士生, 从事火工燃爆产品可靠性研究。

这些不同批次产品的升降法试验数据来进行感度分布检验的方法,使火工品不需要单独进行数千发的完全步进法或 Karber 法试验,就能确定感度分布模型。对于这些不同批次的产品的升降法数据,首先要对其进行同总体检验。如果不进行同总体检验,直接将不同批次产品的升降法数据直接累加,将导致感度分布曲线具有多峰现象,拟合的感度曲线不能反映产品的感度性能^[2]。

1 升降法试验数据的同总体检验与感度分布的 χ^2 检验

1.1 升降法试验数据的同总体检验

对于合格的同型产品,由于原材料相同、加工工艺相同和生产条件相同,可以认为各批产品的感度分布具有相同的类型 $F(x; \theta)$, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$, r 为感度分布参数个数。如果两批产品的感度分布的参数相同,那么这两批产品具有相同的感度分布,即可认为两批产品的试验数据服从同一分布总体。

对于 m 批同型产品,假设各批产品的感度分布为 $F(x; \theta_i)$, $\theta_i = (\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{ir})$, $r (r \leq 3)$ 个未知感度分布参数, $i = 1, 2, \dots, m$ 。多组升降法数据中,刺激量不一定完全相同,可取其公共刺激量点,统计这些刺激量点上的试验量与响应数。最后可得到各批产品在固定的刺激水平 x_1, x_2, \dots, x_k 处的感度试验数据为:

$$\begin{array}{cc} x_1 & x_2 \\ (n_{11}, s_{11}, p_{11}) & (n_{12}, s_{12}, p_{12}) \\ \vdots & \vdots \\ (n_{m1}, s_{m1}, p_{m1}) & (n_{m2}, s_{m2}, p_{m2}) \\ \cdots & x_k \\ \cdots & (n_{1k}, s_{1k}, p_{1k}) \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & (n_{mk}, s_{mk}, p_{mk}) \end{array} \quad (1)$$

(1) 式中, x_j 表示刺激水平; n_{ij} 表示第 i 批产品在刺激水平 x_j 处的试验量; s_{ij} 为 n_{ij} 次试验下的响应数; p_{ij} 为第 i 批产品在刺激水平 x_j 处的响应概率。

$i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, k$ 。

为了检验 m 批同型产品属于同一感度分布,只需检验 $\theta_{1j} = \theta_{2j} = \dots = \theta_{mj}, j = 1, 2, \dots, r$, 从而只需检验

$$\begin{cases} p_{11} = p_{21} = \dots = p_{m1} \\ p_{12} = p_{22} = \dots = p_{m2} \\ \vdots \\ p_{1k} = p_{2k} = \dots = p_{mk} \end{cases} \quad (2)$$

下面给出基于(1)式的检验公式。定理 1^[2] 对于形如(1)式的试验数据,若

$$H_0: \begin{cases} p_{11} = p_{21} = \dots = p_{m1} \\ p_{12} = p_{22} = \dots = p_{m2} \\ \vdots \\ p_{1k} = p_{2k} = \dots = p_{mk} \end{cases}$$

成立,则当 n_{ij} 中的最小量趋于无穷大时,检验统计量

$$Z = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{\left[\frac{s_{ij} - n_{ij} \cdot \frac{\sum_{l=1}^m s_{lj}}{\sum_{l=1}^m n_{lj}} \right]^2}{n_{ij} \cdot \frac{\sum_{l=1}^m s_{lj}}{\sum_{l=1}^m n_{lj}}} + \frac{\left[\frac{n_{ij} - s_{ij} - n_{ij} \cdot \frac{\sum_{l=1}^m n_{lj} - \sum_{l=1}^m s_{lj}}{\sum_{l=1}^m n_{lj}} \right]^2}{n_{ij} \cdot \frac{\sum_{l=1}^m n_{lj} - \sum_{l=1}^m s_{lj}}{\sum_{l=1}^m n_{lj}}} \right\}$$

渐进于自由度为 $k(m-1)$ 的 χ^2 分布,即 Z 渐进于 $\chi^2(k(m-1))$ 。

对于给定的置信水平 $1-\alpha$, 查表得 $\chi^2(k(m-1))$ 分布的上侧 $\chi_\alpha^2(k(m-1))$ 。由定理 1^[2], 如果 Z 大于 $\chi_\alpha^2(k(m-1))$, 则拒绝假设,即不

能认为这 m 批同型产品服从同一感度分布；否则，接受假设，即认为这 m 批同型产品属于同一感度分布。

若经检验感度数据 (1) 来自同一总体，此时可将同总体不同批的数据进行累加处理：

$$n_j = \sum_{i=1}^m n_{ij} ; s_j = \sum_{i=1}^m s_{ij} ; p_j^* = \frac{s_j}{n_j} ;$$

$$j = 1, \dots, k$$

则可得到新的感度数据形式：

$$\begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_k \\ n_1 & \dots & n_k \\ s_1 & \dots & s_k \end{bmatrix} \text{ 或 } \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_k \\ n_1 & \dots & n_k \\ p_1^* & \dots & p_k^* \end{bmatrix} \quad (3)$$

合并数据后，其总试验量一般都比较大，可以利用数据 (3) 进行感度分布 χ^2 检验。

1.2 感度分布的 χ^2 检验

χ^2 检验是根据试验频率和理论频率有无显著性差异来推断感度数据是否服从某一感度分布假设^[3]。

统计值为

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(s_i - n_i p_i^*)^2}{n_i p_i^* (1 - p_i^*)}$$

自由度为 $v = k - r$ ， r 是感度分布的参数个数。

根据火工品感度分布模型的研究结果，一般可认为火

工品主要服从以下 4 种分布：正态分布、对数正态分布、Logistic 分布和对数 Logistic 分布，因此可分别作出服从以上 4 种分布的假设。针对 (3) 式数据，计算出以上 4 种分布的 χ^2 统计值。取显著性水平 α ，查表得 $\chi_{1-\alpha}^2(v)$ 。然后把 4 种分布的 χ^2 统计值分别与 $\chi_{1-\alpha}^2(v)$ 查表值比较，如果前者大于后者，拒绝原假设，即不能认为服从此种分布；否则接受原假设，即可认为服从此种分布。如果以上 4 种分布都拒绝或存在同时接受一种以上分布的情况，工程上一般取 χ^2 统计值最小的分布为产品最接近的感度分布类型。

2 感度分布模型检验与验证

2.1 D6-乙炮弹底火的感度分布模型检验

D6-乙炮弹底火是一种有代表性的撞击式底火，至今已生产了几百个批，从积累的试验数据看，其感度分布性能稳定，精度高。从某厂收集了从 1996 年至 2003 年生产的 127 批 D-6 乙底火的升降法感度试验数据，见表 1。

表 1 127 批 D6-乙炮弹底火升降法试验数据

序号	批号	感度数据(刺激量/cm, 响应数, 不响应数)					
1	03/97	1.5, 0, 2	2, 2, 8	2.5, 7, 6	3, 6, 0		
2	05/99	1.5, 0, 5	2, 5, 6	2.5, 6, 4	3, 4, 0		
3	1/00	1.5, 0, 1	2, 1, 5	2.5, 4, 7	3, 6, 3	3.5, 3, 0	
4	2/00	1, 0, 1	1.5, 1, 3	2, 3, 8	2.5, 8, 3	3, 3, 0	
...	
50	02/02	1.5, 0, 1	2, 1, 6	2.5, 5, 7	3, 7, 1	3.5, 1, 1	4, 1, 0
...
109	09/03	1, 0, 2	1.5, 2, 6	2, 6, 5	2.5, 5, 1	3, 1, 1	3.5, 1, 0
...
123	29/97	1, 0, 4	1.5, 4, 13	2, 13, 7	2.5, 7, 1	3, 1, 0	
124	30/97	1, 0, 3	1.5, 3, 17	2, 17, 4	2.5, 4, 1	3, 1, 0	
125	25/98	1.5, 0, 1	2, 1, 7	2.5, 6, 7	3, 7, 1	3.5, 1, 0	
126	25/99	1, 0, 3	1.5, 3, 7	2, 7, 4	2.5, 4, 1	3, 1, 0	
127	9/97	1.5, 0, 12	3, 2, 3	2.5, 11, 1	3, 1, 0		

根据以上同总体检验方法进行同总体检验。此时，批数 $m=127$ ，刺激量个数 $k=7$ ，计算统计量 Z 值为 541.53，假定显著性水平 α 为 0.05，查表得 ($k(m-1)$) 分布的上侧 $\chi_{\alpha}^2(k(m-1))$ 为 814.07。由定理 1， Z 值小于 $\chi_{\alpha}^2(k(m-1))$ ，则接受假设，即认为这 127 批同型产品属于同一感度分布。累加后共有 3 879 发

产品，累加后的数据见表 2。

表 2 127 批升降法数据累加统计结果

刺激量/cm	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
响应数	0	83	622	833	329	51	4
不响应数	77	609	870	346	51	4	0

进行 χ^2 检验，检验结果见表 3。

表 3 感度数据的 χ^2 检验结果

Tab.3 χ^2 verification result of sensitivity distribution

分布类型	χ^2 统计值	自由度 ν	检验水平 α	χ^2 查表值
正态分布	24.13	5	0.05	11.07
对数正态分布	1.43	5	0.05	11.07
Logistic 分布	19.68	5	0.05	11.07
对数 Logistic 分布	1.75	5	0.05	11.07

从表 3 可以看出，D6-乙底火通过对数正态分布检验和对数 Logistic 分布检验，因对数正态分布的 χ^2 统计值更小一些，因此，可认为 D6-乙底火最接近服从对数正态分布，其次为对数 Logistic 分布。

2.2 验证

关于 D-6 乙底火，严楠博士^[4]曾做了一条 11 450 发大样本 Karber 法感度曲线。所有产品均来自同一天生产的同一批产品，并由同一个检验员检验，因此可认为所有的产品来自同一总体。该大样本试验数据如表 4 所示。

表 4 D-6 乙 11 450 发大样本 Karber 法感度数据

Tab.4 Sensitivity data of Karber method of D6-2 artillery primer with large samples

序号	刺激量/cm	试验量	响应概率
1	0.75	1 150	0
2	0.85	1 600	0.002 5
3	1.00	1 000	0.003 0
4	1.25	600	0.048 3
5	1.5	500	0.156 0
6	1.75	400	0.425 0
7	2.00	600	0.583 3
8	2.25	300	0.713 3
9	2.50	300	0.900 0
10	2.75	400	0.965 0
11	3.00	500	0.967 5
12	3.25	400	0.975 0
13	3.50	600	0.991 7
14	3.75	600	0.993 3
15	4.00	1 000	0.997 0
16	4.25	1 200	0.999 2
17	4.50	300	1

对以上大样本数据进行了 χ^2 检验，结果如表 5 所示^[5]。

所有的 χ^2 统计值都大于查表值，表明 4 种感度分布模型假设都不能通过检验，比较 χ^2 统计值的大小可以看出 D-6 乙的感度分布最接近对数正态分布，

其次为对数 Logistic 分布，与前面通过升降法数据进行检验的结果是一致的，也验证了本文提出的采用升降法数据来进行感度分布检验的方法是可行的。

表 5 D-6 乙大样本感度分布 χ^2 检验结果

Tab.5 χ^2 verification result of sensitivity distribution of D6-2 artillery primer with large samples

分布类型	χ^2 统计值	自由度 ν	检验水平 α	χ^2 查表值
正态分布	88.79	9	0.05	16.92
对数正态分布	22.71	8	0.05	15.51
Logistic 分布	85.88	9	0.05	16.92
对数 Logistic 分布	24.33	8	0.05	15.51

3 结论

本文利用 D-6 乙的 127 批升降法试验数据进行了同总体检验和感度分布检验，得到了 D-6 乙炮弹底火的感度分布最接近对数正态分布，其次为对数 Logistic 分布，与通过 11 450 发大样本 Karber 法感度数据的检验结果一致，表明了通过升降法数据来进行感度分布模型检验的方法是可行的。对于生产批次多的产品，可以在不增加试验量的情况下，利用现有的升降法试验数据进行感度模型检验，以确定该产品的感度分布类型或检查该产品的感度性能是否稳定。

参考文献：

- [1] Wu C F J. Efficient sequential designs with binary data[J]. Journal of the American Statistical Association, 1985, (8): 974~984.
- [2] 田玉斌, 李国英, 蔡瑞娇. 同型不同批燃爆产品的感度分布建模[J]. 爆炸与冲击, 2003, 23 (2): 122~127.
- [3] 刘宝光. 敏感度数据分析与可靠性评定[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.
- [4] 严楠. 感度试验设计方法的若干研究[D]. 北京理工大学, 1996.
- [5] 郑航. 感度数据分析软件开发和验证[D]. 北京理工大学, 2004.