文章编号：1003-1480（2004）02-0043-05

升降法试验下标准差σ估计的 Monte Carlo 分析

张天飞，蔡瑞娇，董海平，曹建华

（北京理工大学爆炸灾害预防与控制国家重点实验室，北京，100081）

摘　要：利用 Monte Carlo 技术对升降法试验进行了模拟，通过试验结果对标准差σ估计值的偏差进行了研究。结果表明：σ估计值的偏差不是系统地偏小，有时也偏大，它与升降法试验中的步长、每组试验量、刺激量个数等试验参量有关系，其中刺激量个数对其影响较大。刺激量个数为 4、5 时σ的估计值基本偏小，个数为 6、7 时普遍偏大。该分析为利用升降法数据进行可靠性评定打下了基础。

关键词：升降法试验；σ估计；Monte Carlo

中图分类号：TJ450　　　文献标识码：A

Study on σ Estimation in Up-Down Sensitivity Test with Monte Carlo Method

ZHANG Tian-fei，CAI Rui-jiao，DONG Hai-ping，CAO Jian-hua

（National Key Lab of Prevention and Control of Explosion Disaster，Beijing，100081）

Abstract：The up-down sensitivity test is simulated with Monte Carlo method. The deviation of the estimation value of σ, the standard deviation, is studied through analysis of the test results, indicating that the estimation value of the σ is not systematically lower, sometimes, it become much higher than the real value. The estimation value related to the step size, number of tests and number of test stress, especially the number of test stress. If the number is 4 and 5, the value of σ is generally lower, if the number is 6 and 7, the value become higher. This estimation established a foundation for the reliability assessment with up-down sensitivity data.

Key words：Up-Down sensitivity test；Standard deviation；Estimation value；Monte Carlo

感度试验是进行炸药及火工品可靠性与安全性评定的基础。目前，确定感度特性最常用的方法是升降法。升降法试验规则决定了其分布参数μ的估计是无偏的，σ的估计是有偏的。这对需要估计极限百分点可靠性的火工品来说，σ的偏差可能带来严重后果。到目前为止，普遍认为σ的估计值系统地偏低[1]。在需要通过外推进行火工品可靠性评估的场合，也是按照σ的估计值偏低的情况进行处理的[2]。本文通过大量的 Monte Carlo 模拟发现，升降法的参数估计中μ确实是无偏的，σ是有偏的，但σ不是一定偏小，它有时也偏大。在σ值偏大的时候，如果还按照偏小的情况来处理，就会使可靠度的估计偏低，造成原来达到可靠度指标合格的产品被评为不合格，给生产厂家带来重大损失。因此需要对升降法试验中σ估计值的偏差规律进行研究，以便在可靠性评估时能针对不同的情况按不同

收稿日期：2004-02-12

作者简介：张天飞（1962- ），男，博士研究生，从事火工系统可靠性研究。

方式来处理，保证可靠度的评估结果准确。

1　升降法试验的 Monte Carlo 模拟

Monte Carlo 方法又称概率统计模拟方法，是以概率统计理论为指导的一类数值计算方法[4~5]。按照 Monte Carlo 法的原理，计算机模拟感度试验程序需要产生两种变量序列：临界刺激量和试验刺激量。临界刺激量的产生服从选定的分布概率模型，是试验中的随机变量，试验刺激量的产生符合某种感度试验程序，是由试验程序确定的控制变量和试验设计点[3]。

升降法的试验规则是：在步长为 d 的情况下，对试验产品施加刺激量 X_i，如果响应，对下一个试验样品，则降一步施加刺激量 $X_{i+1}=X_i-d$；如不响应，则升一步，施加刺激量 $X_{i+1}=X_i+d$，照此反复，直至完成规定的试验量为止。

根据《GJB/Z 377A-94》方法 103 试验规则，构建的计算机 Monte Carlo 模拟升降法试验框图如图 1 所示。

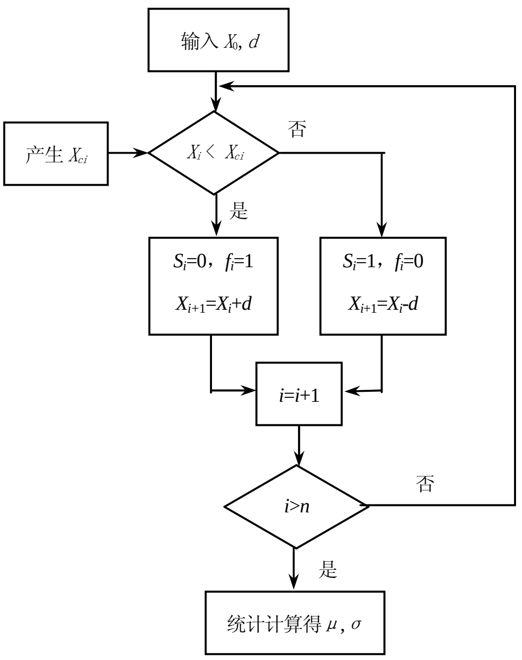

图 1　升降法试验算法框图

选择感度分布为 $N(10,1^2)$，在不同步长、不同试验量的情况下进行试验，各试验 10 000 次。根据《GJB/Z377A-94》规定，要求试验结果中刺激量有混合结果区，刺激量个数在 4~7 之间，同时 M>0.25[2]，如果以上条件满足，则视试验成功，否则视为失败。样本量 n 为试验量，步长 d 为σ真值的倍数。为了研究刺激量个数、步长、试验量对σ估计值的影响，在数据处理中分为两种情况：（1）不区分刺激量个数不同的情况，对所有有效感度数据进行统计计算，求出参数估计的均值和σ估计值比真值大的次数和比例；（2）分别对刺激量个数为 4、5、6、7 的感度数据进行统计计算，求出不同刺激量个数情况下参数估计的均值和σ估计值比真值大的次数和比例。

2　不区分刺激量个数的试验结果分析

对模拟感度数据采用极大似然估计理论进行参数估计，结果如表 1 所示。表 1 中偏大次数和偏大比例是指σ估计值比真值大的试验次数和比例。

分析表 1 数据，可以得到以下结果：

（1）根据国军标《GJB/Z377A-94》中升降法试验规则的数据有效性判定，升降法试验的成功次数与步长 d 的大小、样本量 n 有关，当试验量 n>20，步长 d 取 0.5σ~1σ时，模拟成功次数都在 90%以上，当步长 d 取大于 1σ时，其模拟成功次数就开始小于 90%。当 n=20 时，其模拟成功次数明显偏低。可见，在升降法试验中，步长应选在 0.5σ~1σ之间，每组样本量应大于 20。

（2）无论步长取多少时，σ估计值的偏差至少有 20%以上是偏大的，而且偏大的比例随着步长 d 的增大而略有升高。在步长取 0.5σ~1σ时，其σ估计值的平均值是偏小的，这可能就是文献[1]中σ估计值系统地偏小的含义。以上的分析也表明，对于单独一组或几组升降法数据，是不能判定σ估计值是偏大还是偏小的。

3　考虑刺激量个数的试验结果分析

刺激量个数不同的升降法数据，其σ估计值的偏差也是不同的。仍然假设感度分布为 $N(10，1^2)$，在不同步长、不同试验量的情况下各试验 10 000 次。本文对刺激量个数不同的有效感度数据进行了分别统计计算，分析了σ估计值的偏差与刺

表 1　不区分刺激量个数的参数估计

步长 d	样本量 n	试验次数	模拟成功次数	均值 $\hat{\mu}$	标准差 $\hat{\sigma}$	偏大次数	偏大比例
0.50	20	10 000	9 460	10.001	0.776	2 119	0.224
	30	10 000	9 849	9.999	0.816	2 462	0.250
	40	10 000	9 824	10.001	0.848	2 738	0.279
	50	10 000	9 722	10.000	0.866	2 793	0.287
0.60	20	10 000	9 287	10.000	0.815	2 332	0.251
	30	10 000	9 844	10.000	0.851	2 711	0.275
	40	10 000	9 932	10.001	0.880	3 005	0.303
	50	10 000	9 933	10.000	0.899	3 172	0.319
0.75	20	10 000	8 811	10.000	0.872	2 790	0.317
	30	10 000	9 672	10.001	0.888	2 805	0.290
	40	10 000	9 904	10.001	0.906	3 231	0.326
	50	10 000	9 971	10.000	0.920	3 498	0.351
0.80	20	10 000	8 608	10.000	0.893	2 675	0.311
	30	10 000	9 586	10.000	0.902	3 106	0.324
	40	10 000	9 865	10.000	0.915	3 285	0.333
	50	10 000	9 962	10.000	0.926	3 371	0.338
0.90	20	10 000	8 209	10.000	0.928	2 396	0.292
	30	10 000	9 364	10.000	0.923	2 834	0.303
	40	10 000	9 765	10.000	0.928	3 198	0.327
	50	10 000	9 916	10.000	0.936	3 391	0.342
1.00	20	10 000	7 704	9.998	0.966	3 109	0.404
	30	10 000	9 033	9.998	0.946	3 486	0.386
	40	10 000	9 585	9.999	0.943	3 383	0.353
	50	10 000	9 819	9.999	0.945	3 477	0.354
1.10	20	10 000	7 133	9.996	1.008	2 949	0.413
	30	10 000	8 627	9.996	0.972	2 840	0.329
	40	10 000	9 319	9.997	0.960	3 748	0.402
	50	10 000	9 662	9.999	0.958	3 941	0.408
1.20	20	10 000	6 475	10.000	1.045	2 681	0.414
	30	10 000	8 097	9.997	0.996	3 843	0.475
	40	10 000	8 911	9.998	0.978	3 618	0.406
	50	10 000	9 422	9.999	0.967	3 822	0.406
1.25	20	10 000	6 128	9.998	1.070	2 435	0.397
	30	10 000	7 785	9.996	1.012	3 455	0.444
	40	10 000	8 686	9.998	0.986	3 152	0.363
	50	10 000	9 249	9.999	0.973	4 062	0.439

激量个数 s 的关系。数据处理结果如表 2 所示。表 2 中标准差 σ 真值为 1；s 为 4 时的次数、s 为 4 时的偏大次数和 s 为 4 的标准差，分别指模拟试验 10 000 次的所有试验成功次数中刺激量个数为 4 的次数、其中比 σ 真值大的次数和刺激量个数为 4 的感度数据的标准差 σ 估计值的均值。刺激量个数为 5、6、7 的情况依此类推。

表 2 的模拟结果显示，试验刺激量的个数 s 对 σ 估计值的偏差有较大影响，具体如下：

表 2　考虑刺激量个数 s 的参数估计结果

步长 d	样本量 n	试验次数	s 为 4 时次数	s 为 4 时偏大次数	s 为 4 的标准差	s 为 5 时次数	s 为 5 时偏大次数	s 为 5 的标准差	s 为 6 时次数	s 为 6 时偏大次数	s 为 6 的标准差	s 为 7 时次数	s 为 7 时偏大次数	s 为 7 的标准差
0.50	20	10 000	3 150	0	0.42	4 418	421	0.75	1 614	1 420	1.29	278	278	2.18
	30	10 000	1 555	0	0.42	4 615	162	0.68	2 987	1 608	1.06	692	692	1.58
	40	10 000	674	0	0.42	4 043	58	0.65	3 859	1 472	0.96	1 248	1 208	1.37
	50	10 000	308	0	0.42	3 172	32	0.64	4 530	1 245	0.91	1 712	1 516	1.25
0.60	20	10 000	3 793	0	0.50	4 296	1 140	0.88	1 100	1 094	1.49	98	98	2.44
	30	10 000	2 151	0	0.49	5 142	627	0.79	2 231	1 764	1.22	320	320	1.77
	40	10 000	1 082	0	0.49	5 108	380	0.75	3 135	2 019	1.10	607	606	1.54
	50	10 000	546	0	0.49	4 576	280	0.74	3 937	2 032	1.03	874	860	1.40
0.75	20	10 000	4 585	46	0.61	3 692	2 210	1.06	510	510	1.79	24	24	2.75
	30	10 000	3 121	5	0.59	5 275	1 534	0.92	1 192	1 182	1.43	84	84	2.07
	40	10 000	1 930	1	0.58	5 991	1 406	0.88	1 827	1 668	1.28	156	156	1.77
	50	10 000	1 146	0	0.58	6 142	1 242	0.85	2 452	2 005	1.19	231	231	1.58
0.80	20	10 000	4 788	71	0.65	3 415	2 199	1.12	392	392	1.89	13	13	2.84
	30	10 000	3 450	17	0.62	5 142	2 095	0.97	939	939	1.51	55	55	2.19
	40	10 000	2 239	6	0.61	6 086	1 924	0.91	1 445	1 360	1.39	95	95	1.92
	50	10 000	1 392	0	0.60	6 462	1 538	0.89	1 964	1 689	1.23	144	144	1.67
0.90	20	10 000	5 095	246	0.71	2 916	1 952	1.22	194	194	2.07	4	4	2.79
	30	10 000	4 080	79	0.68	4 724	2 195	1.05	544	544	1.65	16	16	2.37
	40	10 000	2 884	24	0.66	6 019	2 319	0.98	838	831	1.44	24	24	2.06
	50	10 000	1 951	11	0.66	6 739	2 214	0.94	1 184	1 124	1.32	42	42	1.81
1.00	20	10 000	5 197	641	0.78	2 402	2 363	1.32	105	105	2.24	-	-	-
	30	10 000	4 587	308	0.73	4 143	2 875	1.12	298	298	1.77	5	5	2.51
	40	10 000	3 505	142	0.71	5 620	2 781	1.04	453	453	1.53	7	7	2.22
	50	10 000	2 581	49	0.70	6 586	2 778	1.00	639	637	1.40	13	13	1.96

（1）当升降法数据刺激量个数 s 为 7 时，σ 的估计值明显偏大；

（2）当升降法数据刺激量个数 s 为 6 时，步长 d 在 0.5σ ~0.6σ 范围内，σ 的估计值有时偏大，有时偏小；步长 d 在 0.75σ ~1.00σ 范围内，σ 的估计值明显偏大；

（3）当升降法数据刺激量个数 s 为 5 时，步长 d 在 0.5σ ~0.6σ 范围内，σ 的估计值明显偏小；步

长 d 在 0.75σ~1.00σ 范围内，σ 估计值有时偏大，有时偏小；

（4）当升降法数据刺激量个数 s 为 4 时，步长 d 在 0.5σ~1.00σ 范围内，σ 估计值明显偏小，且偏小程度随步长的增大而减小。

4 实例验证

某针刺雷管是为配合炮兵通用多用途子弹系列而研制的改型雷管。试验用落球重 7g，调节落高作为刺激量。在现有的工艺和生产条件下，该产品的感度分布类型为对数正态分布。通过 4 000 发大样本试验，得参数估计值 $\hat{\mu}$ 为 2.41cm、方差 $\hat{\sigma}$ 为 0.64cm，可将 $\hat{\mu}$、$\hat{\sigma}$ 视为产品参数的真值。进行了多组升降法试验，试验数据如表 3 所示。

表 3 最后两列给出了感度数据处理结果：$\hat{\mu}$ 估计值和 $\hat{\sigma}$ 估计值。可以看出，$\hat{\mu}$ 估计值与真值比较接近，最大偏差不超过 3%，因此可以认为 $\hat{\mu}$ 估计值是无偏的。$\hat{\sigma}$ 估计值是有偏的，有的比真值大，有的比真值小，进一步分析可以看出，刺激量个数是其偏大偏小的主要影响因素。当刺激量个数为 4、5 时，$\hat{\sigma}$ 的估计值基本偏小，当个数为 6、7 时，普遍偏大，这与上述 Monte Carlo 模拟升降法试验分析结果是一致的。

表 3 某针刺雷管升降法试验数据及处理结果

序号	步长 / cm	样本量	感度数据（刺激量 /cm，发火数，不发火数）							$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
1	0.4	30	1.8,0,4	2.2,4,8	2.6,8,3	3.0,3,0				2.37	0.32
2	0.6	60	1.2,0,5	1.8,5,16	2.4,16,9	3.0,9,0				2.36	0.49
3	0.5	50	1.4,0,2	1.9,2,13	2.4,13,9	2.9,9,1	3.4,1,0			2.34	0.42
4	0.6	60	1.2,0,4	1.8,4,18	2.4,18,6	3.0,6,1	3.6,1,0			2.35	0.48
5	0.4	50	1.1,0,1	1.5,1,10	1.9,10,7	2.3,6,6	2.7,3,1	3.1,1,0		2.34	0.78
6	0.3	50	1.6,0,1	1.9,1,10	2.2,10,12	2.5,12,2	2.8,2,0			2.44	0.51
7	0.3	50	1.6,0,2	1.9,2,6	2.2,6,6	2.5,5,10	2.8,9,2	3.1,2,0		2.44	0.71
8	0.3	50	1.3,0,2	1.6,2,5	1.9,5,7	2.2,7,7	2.5,7,3	2.8,3,0	3.1,1,0	2.37	0.86

由于 $\hat{\sigma}$ 估计值是有偏的，因此在利用升降法数据进行可靠性评定时，要对 $\hat{\sigma}$ 估计值进行纠偏。根据本文研究结论，纠偏方案必须视具体的升降法感度数据情况来确定，不能全以 $\hat{\sigma}$ 估计值偏小来处理。

5 结论

本文通过 Monte Carlo 方法模拟升降法试验，对标准差 σ 估计值进行了分析，得到了如下结论：

（1）在升降法试验的参数估计中，σ 估计值不是肯定偏小，而是有时偏大，有时偏小。其偏大偏小规律与升降法试验步长 d、样本量 n 和刺激量个数 s 有关，尤其是 s 对 σ 估计值偏差的影响较为显著。

（2）当试验刺激量个数 s 为 4、5 时，σ 估计值基本偏小，当个数为 6、7 时，普遍偏大，具体的偏大偏小程度还要看试验步长 d、样本量 n 的取值情况，可以参考表 2 来决定。

（3）在利用升降法数据对火工品的极限百分位点进行可靠性评估中，应根据具体升降法数据来确定 σ 估计值的纠偏方法，使纠偏后的 σ 估计值接近真值，从而保证可靠度评估的准确度。

参考文献：

[1] 刘宝光. 敏感度数据分析与可靠性评定 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.

[2] GJB/Z377A-94. 感度试验用数据统计方法 [S]. 北京: 国防科工委军标出版发行部, 1995.

[3] 严楠. 感度试验设计方法的若干研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 1996.

[4] 方再根. 计算机模拟和蒙特卡洛方法 [M]. 北京: 北京工业出版社, 1988.

[5] 肖茹云. 概率统计计算方法 [M]. 天津:南开大学出版社, 1994.